



MATEMATIKA

Valstybinio brandos egzamino užduotis
Pagrindinė sesija

2003 m. gegužės 20 d.

Trukmė – 3 val.

NURODYMAI

1. Pasitikrinkite, ar užklijuotame kode esantis skaičius atitinka jūsų vietos egzamino patalpoje numerį. Jeigu neatitinka, pasakykite vykdytojui.
2. Egzamino metu galima naudotis mėlynos spalvos rašikliu, pieštuku, braižybos įrankiais ir skaičiuokliu be tekstinės atminties.
3. Pateikti 1-6 uždavinių atsakymų variantai. Jūsų nuomone teisingą atsakymą pažymėkite apveddami prieš jį esančią raidę. Šių uždavinių sprendimai nebus tikrinami. Teisingas 1-6 uždavinio atsakymas vertinamas 1 tašku.

NEPAMIRŠKITE pasirinktus atsakymus žyminčias raides įrašyti lentelėje, esančioje paskutiniame šio sąsiuvinio puslapyje mėlynos spalvos rašikliu. Priešingu atveju už tuos uždavinius gausite po 0 taškų.

4. Jei savo pasirinkimą keičiate, perbraukite senąjį ir aiškiai pažymėkite naujai pasirinktąjį atsakymą. Nepamirškite pakeisti atsakymo ir lentelėje.
5. Jei manote, kad uždavinyje (ar jo dalyje) yra klaida, jį (ar tą dalį) praleiskite ir spręskite kitus uždavinius (ar kitas uždavinio dalis). Jeigu uždavinyje (ar jo dalyje) iš tikrųjų yra klaida, jis (ta dalis) nebus vertinamas (vertinama).
6. 7-18 uždavinių sprendimus užrašykite po sąlyga paliktoje vietoje mėlynos spalvos rašikliu. Prašome rašyti tvarkingai, įskaitomai. Atsakymas, pateiktas be sprendimo, bus vertinamas 0 taškų.
7. Galite naudotis 2 puslapyje pateiktomis formulėmis.
8. Juodraščiams skirtos vietos nurodytos užrašu „Juodraštis“. Juodraščių tekstai netikrinami ir nevertinami.
9. Nerašykite langeliuose, kurie skirti vertintojų įrašams. Visame darbe negali būti užrašų ar kitokių ženklų, kurie leistų identifikuoti darbo autorių (pvz., vardo, pavardės, miesto ir t.t.).
Linkime sėkmės!

Valstybinio brandos egzamino formulės

Trikampis. $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = rp = \frac{abc}{4R}$; čia a, b, c – trikampio kraštinės, p – pusperimetris, r ir R – įbrėžtinio ir apibrėžtinio apskritimų spinduliai, S – trikampio plotas.

Skritulio išpjova. $S = \frac{\pi R^2}{360^\circ} \cdot \alpha$, $l = \frac{2\pi R}{360^\circ} \cdot \alpha$; čia α – centrinio kampo didumas laipsniais, S – išpjovos plotas, l – išpjovos lanko ilgis, R – apskritimo spindulys.

Nupjautinis kūgis. $S = \pi(R+r) \cdot l$, $V = \frac{1}{3} \pi H(R^2 + Rr + r^2)$; čia R ir r – kūgio pagrindų spinduliai, S – šoninio paviršiaus plotas, V – tūris, H – aukštinė, l – sudaromoji.

Nupjautinės piramidės tūris. $V = \frac{1}{3} H(S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2)$; čia S_1, S_2 – pagrindų plotai, H – aukštinė.

Rutulys. $S = 4\pi R^2$, $V = \frac{4}{3} \pi R^3$; čia S – rutulio paviršiaus plotas, V – tūris, R – spindulys.

Rutulio nuopjovos tūris. $V = \frac{1}{3} \pi H^2(3R - H)$; čia R – spindulys, H – nuopjovos aukštinė.

Vektorių skaliarinė sandauga. $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2 = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \alpha$;
čia α – kampas tarp vektorių $\vec{a} \{x_1, y_1, z_1\}$ ir $\vec{b} \{x_2, y_2, z_2\}$.

Geometrinė progresija. $b_n = b_1 q^{n-1}$, $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$.

Begalinė nykstamoji geometrinė progresija. $S = \frac{b_1}{1-q}$.

Trigonometrinės funkcijos. $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$, $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$, $2 \sin^2 \alpha = 1 - \cos 2\alpha$,
 $2 \cos^2 \alpha = 1 + \cos 2\alpha$, $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$, $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$,
 $\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha \pm \beta}{2} \cos \frac{\alpha \mp \beta}{2}$, $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$,
 $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$, $\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$.

Niutono binomo formulė. $(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \dots + C_n^k a^{n-k} b^k + \dots + C_n^n b^n$.

$C_n^k = C_n^{n-k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$, $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$.

Tikimybių teorija. Atsitiktinio dydžio X matematinė viltis yra $EX = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n$,
dispersija $DX = (x_1 - EX)^2 p_1 + (x_2 - EX)^2 p_2 + \dots + (x_n - EX)^2 p_n$.

Išvestinių skaičiavimo taisyklės. $(Cu)' = Cu'$; $(u \pm v)' = u' \pm v'$; $(uv)' = u'v + uv'$; $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$;

čia u ir v – taške diferencijuojamos funkcijos, C – konstanta. $(a^x)' = a^x \ln a$, $(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$.

Sudėtinės funkcijos $h(x) = g(f(x))$ išvestinė $h'(x) = g'(f(x)) f'(x)$.

Funkcijos grafiko liestinės taške $(x_0, f(x_0))$ lygtis. $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$.

Logaritmo pagrindo keitimo formulė. $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$.

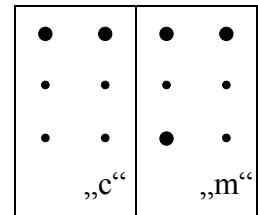
1. Jei $\sqrt{8-a} + \sqrt{5+a} = 5$, tai $\sqrt{(8-a)(5+a)} =$

- A $\sqrt{5}$ B $\sqrt{40}$ C 6,25 D $\sqrt{3}$ E 6

2. Kiekvienos kvadrato kraštinės ilgį sumažinus 10 %, kvadrato plotas¹ sumažės

- A 10 % B 19 % C 20 % D 40 % E 100 %

3. Brailio sistemoje įvairūs simboliai (pavyzdžiui, raidės, skyrybos ženklai ir pan.) sudaromi išpaudžiant bent vieną iš 6 taškelių. Paveikslėlyje pateikti du taip išreikštų simbolių pavyzdžiai. Kiek iš viso simbolių galima išreikšti Brailio sistema?



- A 12 B 32 C 36 D 63 E 64

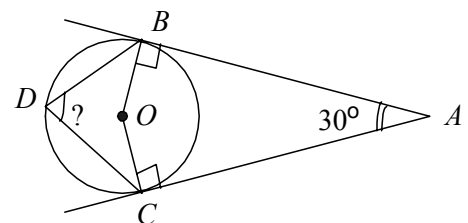
4. $\frac{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}} =$

- A 1 B 5 C $5 + \sqrt{6}$ D $5 + 2\sqrt{6}$ E $30 + 12\sqrt{6}$

5. $\sin \alpha = \frac{5}{13}$, $0 < \alpha < 90^\circ$. Tada $\sin 2\alpha =$

- A $\frac{10}{13}$ B $\frac{25}{169}$ C $\frac{120}{169}$ D $\frac{12}{13}$ E $\frac{50}{169}$

6. Spinduliai AB ir AC liečia apskritimą atitinkamai taškuose B ir C . Taškas O yra apskritimo centras, D – apskritimo taškas, $\angle BAC = 30^\circ$. Raskite $\angle BDC$.



- A 30° B 45° C 60°
D 75° E 150°

¹ plotas – площадь – pole, powierzchnia

7. Per dvejus metus miestelio gyventojų skaičius padidėjo 44 %. Keliais procentais padidėdavo miestelio gyventojų skaičius kiekvienais metais, jei šis procentas ir pirmaisiais, ir antraisiais metais buvo toks pat?

(3 taškai)

Čia rašo vertintojai		
I	II	III

8. Išspręskite lygtį¹ $\log_2 x \cdot \log_2 \frac{x}{4} = 8$.

(3 taškai)

Čia rašo vertintojai		
I	II	III

9. Raskite funkcijos $y = \frac{1}{\sqrt{3-2|x|}}$ apibrėžimo sritį².

(2 taškai)

Čia rašo vertintojai		
I	II	III

¹ lygtis – уравнение – równanie

² apibrėžimo sritis – область определения – dziedzina określoności

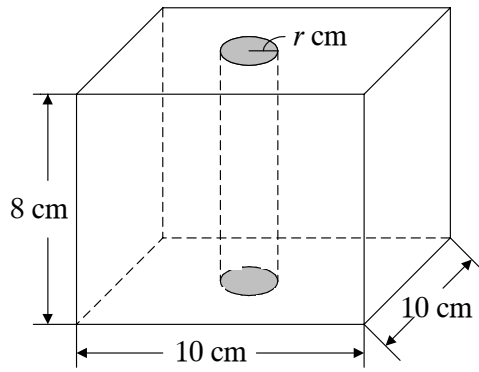
10. Turime stačiakampio gretasienio¹ formos medinę kaladėlę. Jos aukštis – 8 cm, o pagrindas – kvadratas, kurio kraštinė 10 cm (žr. pav.).

1. Apskaičiuokite šio stačiakampio gretasienio tūrį².

(1 taškas)

2. Kaladėlėje statmenai pagrindui išgręžiama ritinio³ formos skylė (žr. pav.). Ritinio pagrindo apskritimo spindulys – r cm. Gautoj kūno (kaladėlės su skylė) tūris sudaro 56 % viso stačiakampio gretasienio tūrio.

Apskaičiuokite r , laikydami, kad $\pi = \frac{22}{7}$.



(3 taškai)

Čia rašo vertintojai		
I	II	III

Taškų suma			
------------	--	--	--

11. Įrodykite, kad skaičiai $\frac{1}{\log_3 2}$, $\frac{1}{\log_6 2}$, $\frac{1}{\log_{12} 2}$ sudaro aritmetinę progresiją⁴.

(3 taškai)

Čia rašo vertintojai		
I	II	III

¹ stačiakampis gretasienis – прямоугольный параллелепипед – prostopadłościan

² tūris – объем – objętość

³ ritinys – цилиндр – walec

⁴ progresija – прогрессия – postęp, ciąg

12. Keliuose taškuose susikerta funkcijų $f(x) = \sin 2x$ ir $g(x) = \cos x$ grafikai, kai $x \in [-\pi; \pi]$?

(5 taškai)

Čia rašo vertintojai		
I	II	III
_____	_____	_____

13. Triženklis skaičius paskutinis skaitmuo¹ 2. Jeigu paskutinį skaitmenį perkeltume į priekį, tai gautasis skaičius taptų 18 vienetų didesnis už pradinį. Koks pradinis skaičius?

(3 taškai)

Čia rašo vertintojai		
I	II	III
_____	_____	_____

¹ skaitmuo – цифра – cyfra

14. Su kuriomis m reikšmėmis funkcija $y = mx^2 - 2mx + 4$ įgyja tik teigiamas reikšmes?

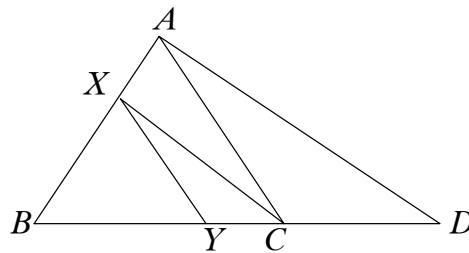
(4 taškai)

Čia rašo vertintojai		
I	II	III

15. Trikampio ABD kraštinėje AB pažymėtas taškas X , o kraštinėje BD – taškai C ir Y taip, kad $XC \parallel AD$, $XY \parallel AC$.

Įrodykite, kad $\frac{BY}{YC} = \frac{BC}{CD}$.

(3 taškai)



Čia rašo vertintojai		
I	II	III

16. Dėžutėje penkios kortelės, ant kurių užrašyti skaičiai: ant pirmos ir antros – skaičius 2, ant trečios ir ketvirtos – skaičius 3, ant penktos – skaičius 4. Atsitiktinai paimamos dvi kortelės. Ant paimtųjų kortelių užrašytų skaičių suma yra atsitiktinis dydis. Pažymėkime jį X .

1. Parodykite, kad įvykio „ant paimtųjų kortelių užrašytų skaičių suma yra 4“ tikimybė¹ lygi 0,1.

(1 taškas)

2. Pabaikite pildyti atsitiktinio dydžio X skirstinio² lentelę.

X	4	5	6	7
p			0,3	0,2

(1 taškas)

3. Apskaičiuokite atsitiktinio dydžio X matematinę viltį³.

(1 taškas)

Čia rašo vertintojai

I II III

—	—	—
—	—	—
—	—	—

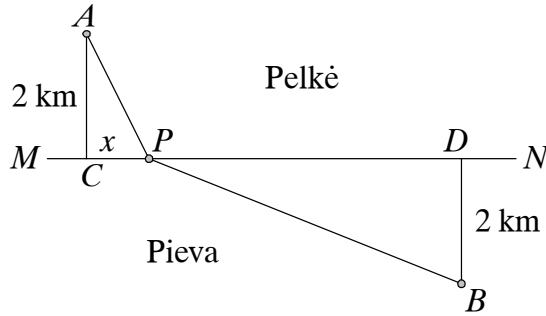
Taškų suma			
------------	--	--	--

¹ tikimybė – вероятность – prawdopodobieństwo

² atsitiktinio dydžio skirstinys – распределение случайной величины – rozkład zmiennej losowej

³ atsitiktinio dydžio matematinė viltis – математическое ожидание случайной величины – wartość oczekiwana zmiennej losowej

17. Pelkė nuo pievos skiria tiesi linija MN (žr. pav.). Turistas keliauja iš vietovės A , esančios pelkėje, į vietovę B , kuri yra pievoje. Jo greitis pelke yra 1 km/h , o pieva – 2 km/h . $AC \perp MN$, $BD \perp MN$, $AC = BD = 2 \text{ km}$, $CD = 5 \text{ km}$.



1. Pažymėję $CP = x$ (km), įrodykite, kad turistas kelią APB nueis per

$$\sqrt{x^2 + 4} + \frac{1}{2}\sqrt{x^2 - 10x + 29} \text{ valandų.}$$

(2 taškai)

2. Kokiu atstumu nuo taško C turistas turi kirsti tiesę MN , kad atstumus AP ir PB įveiktų per vienodus laiko intervalus?

(2 taškai)

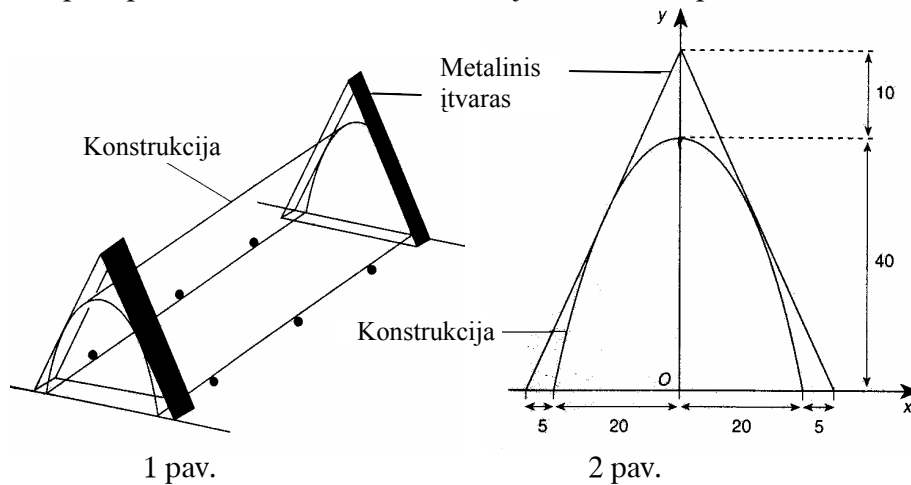
Čia rašo vertintojai

I	II	III

Taškų suma			
------------	--	--	--

18. Parabolės formos konstrukcijai stabilumo suteikia jį gaubiantis trikampis metalinis įtvaras (žr. 1 pav.).

2 pav. pavaizduotas šios konstrukcijos vaizdas iš priekio.



Raskite, kokiame aukštyje įtvaras liečia konstrukciją.

(6 taškai)

Čia rašo vertintojai

I	II	III

Taškų suma			
------------	--	--	--